



telecos
BCN

Electrònica i Computació Analògica

Tallers STEM&Tu avançats 2025
ETSETB-Càtedra Xip UPC

1. Motivació

Cada dia fem servir ordinadors, ja sigui a casa, a l'escola, en els cotxe, en els electrodomèstics, a infinitat d'aplicacions. Podem assegurar que tots aquests ordinadors son computadors digitals. En aquest taller tindrem una primera experiència en computació analògica en el laboratori, un tipus de computació que si bé va tenir aplicacions en el seu moment fa dècades, que van ser substituïdes apliament per la computació digital, ara es veuen de nou com un component important si no imprescindible en el futur camp de la Intel·ligència Artificial.

2. Introducció

Els conceptes de computació digital o analògica corresponen a tècniques de càlcul amb variables discretes (o nombres) o amb variables analògiques respectivament.

Les variables discretes o numèriques prenen valors concrets dins d'un sistema de numeració, per exemple "el nombres enters". En aquestes variables dins d'un marge hi ha una quantitat finita (discreta) d'elements, per exemple entre 6 i 10 tenim 5 elements de nombres enters (si contem els extrems també), i entre dos valors consecutius, per exemple 7 i 8, no hi ha cap components entremig, passem del 7 al 8 directament (concepte resolució). El sistema de numeració en els ordinadors moderns acostuma a ser molt més sofisticat que l'exemple elemental anterior (generalment poden treballar en nombres amb decimals, en coma flotant amb molts dígit). A més en els sistemes digitals electrònics aquests nombres s'expressen en el sistema binari, on només hi ha dos dígit (binary dígit, bits) 0 i 1, (això sona estrany però és totalment eficaç doncs associem els dos dígit a la capacitat que un circuit (transistors) condueixi o no). Si tornem a pensar en el exemple del enters entre 6 i 10, en binari seria 0110 i 1010 respectivament. Però no importa el sistema (base) en que expressem el nombres, ni si són enters o en coma flotant el concepte de "discret" que hem mencionat al principi d'aquest paràgraf per definir sistemes digitals es manté sempre.

Per contrari en una variable analògica entre dos valors, en un marge, hi ha infinit valors entremig, a una variable analògica també li diem contínua, per contrapartida a discreta. El mon està ple de variables analògiques o contínues, com la temperatura, la longitud, la pressió, la velocitat del vent o d'un vehicle, la tensió elèctrica,.. Realment moltes d'aquests variables tenen la seva continuïtat limitada per conceptes quàntics, però aquests s'observen a nivell atòmic i no ho considerarem aquí, que ens movem a nivell macroscòpic.

Com exemple d'utensili analògic, podem tenir un disc de música de vinil (figura 1), on el so està reflectit en el perfil del vinil que és recorregut per una agulla que seguint el solc genera un so anàleg que es reproduceix.

Com exemple d'utensili antic digital podem presentar l'àbac. Els vostres ordinadors o mòbils també són utensilis digitals.



Figura 1. Disc Vinil, analògic

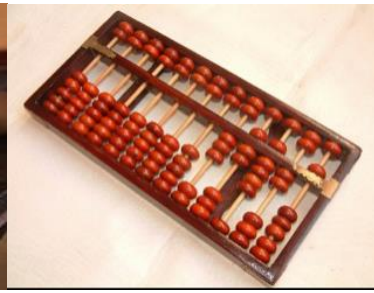


Figura 2. Àbac, digital

3. Comentari

Molts elements de càlcul antics estaven basats en sistemes analògics, com exemple primordial els regles de càlcul (les coneixeu?) que permetien fer càlculs matemàtics quan encara no hi havia calculadores electròniques així com molts altres artefactes mecànics. Però en quan que van aparèixer els components, circuits i sistemes electrònics les calculadores i els computadors es van decantar per treballar en digital (binari) per la seva eficàcia a l'hora d'implementar unitats aritmètiques i lògiques, memòries digitals i en general computadors digitals.

En aquest moment cal fer-se una reflexió, si els ordinadors habituals són totalment digitals com és que podem conèixer, compartir, processar, memoritzar variables analògiques com per exemple temperatura o voltatge elèctric?. Ho fem mitjançant el concepte de “digitalització” de la variable analògica. Per exemple diem que la temperatura ara en aquesta habitació és de 21.05 graus Celsius. La temperatura és contínua i caldria un nombre infinit de dígitos però ja ens val habitualment fer servir un nombre petit de dígitos (digital, discret) en aquest cas 4 dígitos decimals. L'avantatge de la digitalització és que sempre podem millorar la nostra aproximació al valor real de la temperatura augmentant el nombre de dígitos (resolució), per exemple, 21.0498 graus si fem servir 6 dígitos decimals. El mateix passa amb qualsevol variable analògica (com la tensió o voltatge elèctric), hem digitalitzat tot per tal que els computadors digitals els puguin processar.

I si els ordinadors digitals són ubics, els sabem fabricar amb una tecnologia molt avançada i podem fer càlculs matemàtics i processar variables analògiques amb la precisió que desitgem, per que cal considerar en un taller d'electrònica de l'any 2025 els conceptes de computació analògica?

Els dos problemes més grans dels sistemes digitals són la seva complexitat (nombre de components, transistors, per fer una funció) i el seu consum d'energia (a partir de les bateries o fonts d'alimentació).

En un proper futur els computadors incorporaran internament unitats de intel·ligència artificial (IA) sofisticades. Els sistemes electrònics IA imiten el comportament biològic com les xarxes de neurones (cervell). Aquests circuits processen les dades en forma de diversos nivells jerarquitats i en tots ells podem dir que el que es fa és multiplicar matrius de nombres. Processar una matriu implica fer una sèrie complexa i concurrent de sumes i multiplicacions de nombres. Digitalment sabem molt bé fer sumadors i multiplicadors (unitats aritmètiques). Però:

- Complexitat. Per fer un sumador de 2 nombres de 32 bits calen uns 200 transistors i per multiplicar dos nombres similars calen uns 800 transistors. Al taller d'avui veurem que podem multiplicar i sumar al mateix temps variables analògiques amb menys de 20 transistors. Així els analògics són molt més senzills.
- Energia. La comparació de la energia requerida d'un mòdul digital de suma i resta simultània de dos nombres de 32 bits comparat amb una versió igual però de variables analògiques és unes 500 vegades menys.

Així doncs les unitats aritmètiques digitals tenen una complexitat (nombre de transistors) i energia requerida centenar de vegades més grans que un element analògic.

En el futur, on la IA sigui omni present, els computadors digitals poden arribar a ser irrealitzables. Podem pensar en que els sistemes futurs seran híbrids analògic-digitals.

Com resum afegim en la següent taula la comparació entre computació digital i analògic per després ja entrar a la pràctica de laboratori d'aquest taller.

| COMPUTACIÓ DIGITAL (CD) | COMPUTACIÓ ANALÒGICA (CA) |
|---|--|
| (+)Programable (software). Flexible. Un dels factors més importants de la CD. | (-)Cal configurar-la, cablejar-la. Molt "ad-hoc". |
| (+)Total repetibilitat i exactitud dels càlculs (essencial en càlculs aritmètics) | (-)Hi ha una certa variabilitat dels resultats. Això és greu en cal aritmètic però no és cap problema en el processat d'imatges, conducció autònoma, IA, ... |
| (-)Alta complexitat (nombre de components) | (+)Elevada eficàcia dels circuits a l'hora de fer multiplicadors i sumadors analògics (IA). |
| (-) Elevat consum d'energia arribant a nivells inacceptables (pot arribar a ser més gran el consum del equips del futur que la energia produïda a nivell planetari) | (+)Extraordinari baix consum d'energia |
| En computació digital s'executen instruccions que representen un algoritme, de manera repetitiva | (*A CA la velocitat no depèn de la complexitat de cap algoritme, només depèn de la velocitat dels components electrònics. Són molt més ràpids. |

4. Inici del taller de computació analògica.

Com exemple d'entitat de computació analògica treballarem en aquest taller de laboratori un circuit analògic que faci la següent funció matemàtica:

$$y = ax + b$$

On y , x , a i b són totes 4 variables analògiques o contínues (nombre reals). Observeu que és un cas de suma i multiplicació simultània en el sentit que hem comentat abans al parlar de la IA. Per simplificar considerarem que a i b són coeficients, mentre que y i x

són variables. El nostre circuit calcularà la variable y (variable de sortida) per a un valor donat de x (variable d'entrada).

Si bé els valor de les 4 factors és arbitrari per simplificar en aquesta experiència considerarem $a=2$ i $b=-5$.

5. Primer circuit analògic en el laboratori. CIRCUIT 1.

L'objectiu es muntar (pot ser per agilitzar us podeu trobar el circuit muntat) un petit circuit al laboratori que compleixi l'equació anteriorment comentada:

$$y = 2x - 5$$

Per fer un circuit així caldran molts pocs components, unes poques resistències i un circuit integrat anomenat "amplificador operacional" (AO) de 8 pines i que conté un circuit de uns 20 transistors i que costa 0.3€.

El circuit general per la funció $y = ax + b$ serà el de la figura 3, i recordeu sempre que les nostres variables analògiques seran tensions elèctriques (analògiques també) generades amb una font de tensió segons comentarem més tard. Al final d'aquest document trobareu a mode de curiositat el circuit intern del AO amb els seus 20 transistors.

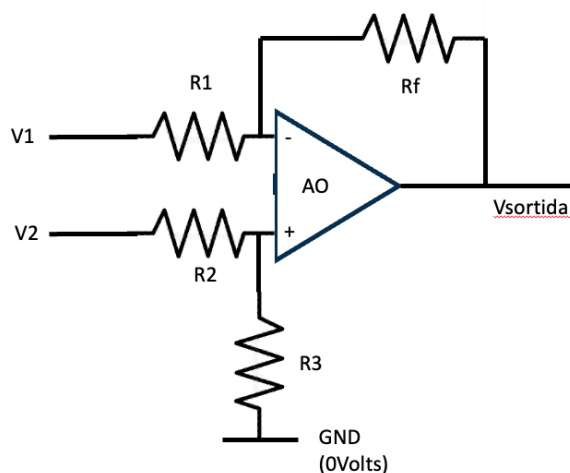


Figura 3. Circuit genèric.

El circuit de la figura 3, en forma genèrica, segueix la funció:

$$V_{sortida} = V2 \left(\frac{R2}{R2+R3} \right) \left(1 + \frac{Rf}{R1} \right) - V1 \left(\frac{Rf}{R1} \right) \text{ (equació 1)}$$

Per simplificar hem escollit els valors de les resistències:

$R1=1000\Omega$, $Rf=1000\Omega$, $R2=0\Omega$ i $R3=\text{infinit}$ (circuit obert), observeu que si $V1=5V$, $V2=x(V)$, el circuit verifica:

$$y = 2x - 5$$

Així doncs el CIRCUIT 1 tindrà l'aspecte:

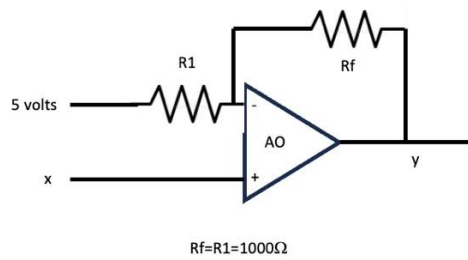


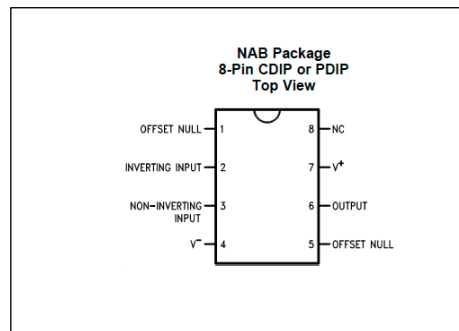
Figura 4. Circuit 1.

6. Aspectes pràctics.

L'AO per operar ha d'estar connectat a fonts de tensió de + i -15 volts. L'entrada 5 volts correspon a una font de tensió de 5 volts. La tensió x haurà d'estar connectada a una font de tensió variable. Totes aquestes tensions estaran connectades en el moment d'inici de l'experiència.

El AO és un circuit integrat (CI) de 8 potes amb el següent significat:

- Pota 1 No connectar (NC)
- Pota 2 entrada - al AO
- Pota 3 entrada + al AO
- Pota 4 -15V
- Pota 5 NC
- Pota 6 Sortida
- Pota 7 +15V
- Pota 8 NC.



Observeu que la osca de l'encapsulat del xip és visible i que orientada sempre a l'esquerra l'ordre de les potes és el de la figura.

A la figura 5 es mostra les connexions del CIRCUIT 1. Comprova el circuit, que figura 5 correspon a esquema figura 4.

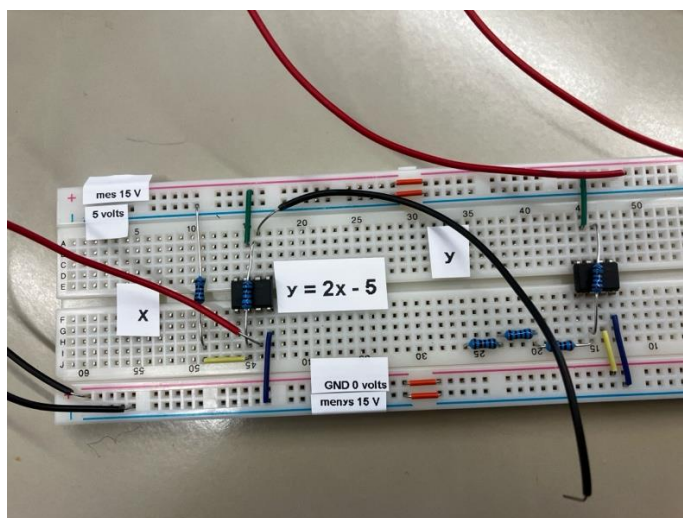


Figura 5. Aspecte del circuit analògic (CIRCUIT 1) que verifica $y = 2x - 5$.

El cable vermell (pota 3) de la figura és x, cable negre és y.

Les barres horitzontal generals corresponen, de superior a inferior, a: +15V, +5V, GND (0V), -15V. Les connexions a les fonts de tensió ja estaran fixades en el moment de l'experiència.

7. Part pràctica de CIRCUIT 1.

Connecteu la entrada x (vermell) a una font variable de tensió i la sortida y (negre) a un voltímetre de tensió (veieu figura 6). Feu una taula y/x, per valors de x entre 0 i 9 volts (corresponents a valors de -5 i 13 volts respectivament). Feu un gràfic i mostreu la equació lineal $y=f(x)$. Tindrà un aspecte com (Recta 1):

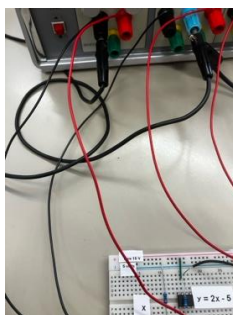


Figura 6. Entrada x connectada a font de tensió variable.

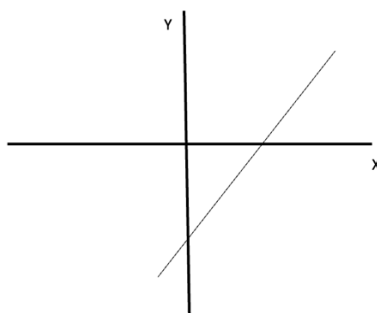


Figura 7. Recta $y = 2x - 5$

8. CIRCUIT 2. Segon circuit lineal.

Ara farem us d'un segon circuit, similar al anterior. Us el trobareu a la dreta de l'anterior. És el mateix circuit, però ara amb valors de (veieu Figura 8):

$R_1 = 3000\Omega$, $R_f = 1000\Omega$, $R_2 = \text{infinit}$, $R_3 = 0\Omega$.

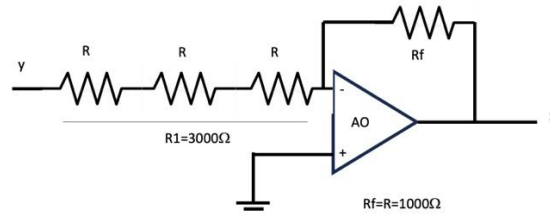


Figura 8. Esquema del Circuit 2

Si apliqueu la equació general anterior (equació 1) i feu $V_1=y$ i $V_{\text{sortida}}=x$ trobareu que aquest circuit verifica la equació lineal:

$$x = -\frac{y}{3}$$

En aquesta segona equació no hem posat coeficient independent, per simplificar.

Si teniu temps feu ara la verificació experimental de la nova equació del nou circuit igual que abans.

Compta!, ara l'entrada és y i la sortida x .

Trobareu que el nou circuit té la següent recta (Recta 2) a la gràfica:

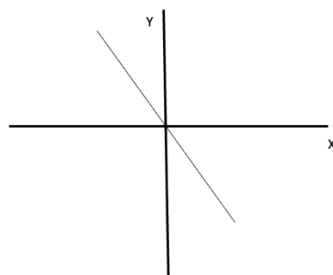


Figura 9. Recta $y=-y/3$

Tant si l'heu verificat experimentalment como no, per falta de temps, dibuixeu la nova recta en el mateix pla que la recta 1 a partir de la seva expressió analítica.

A la figura 10 observareu una foto del muntatge del CIRCUIT 2. Cable negre entrada y, cable vermell sortida x.

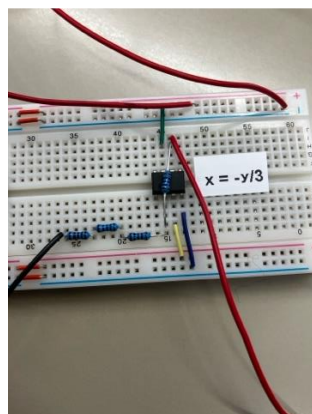


Figura 10. Aspecte muntatge CIRCUIT 2.

A la figura 11 veureu l'aspecte general de l'experiment i la seva connexió a les fons d'alimentació.

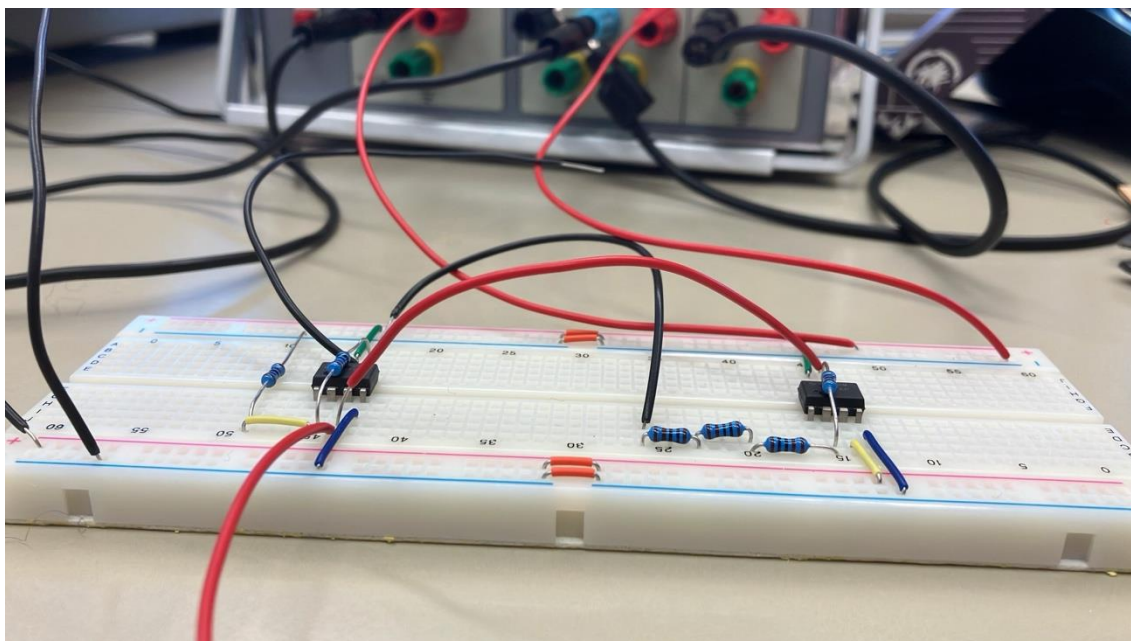


Figura 11. Aspecte general de l'experiment.

9. Resolució de un sistema de 2 equacions lineals amb dos incògnites. Analíticament, de manera gràfica i amb computació analògica mitjançant circuit.

Calculeu ara analíticament els valors de les incògnites x i y del sistema de dues equacions:

$$\begin{aligned}y &= 2x - 5 \\x &= -\frac{y}{3}\end{aligned}$$

Estareu d'acord que el resultat trobat és el mateix que s'observa en la interconnexió de Recta 1 i Recta 2 en el dibuix del comportament dels dos circuits.

Han de coincidir. Verifiqueu-ho

Però ara anem a veure que els nostres circuits (CIRCUIT 1 i CIRCUIT 2) també ens faciliten la resolució de les dues equacions, ara mitjançant computació analògica.

Desconnecteu la font variable del Circuit 1 i connecteu la sortida de CIRCUIT 1 a l'entrada de CIRCUIT 2 (cables negres) i la sortida de CIRCUIT 2 a CIRCUIT 1 (cables vermells), **el circuit de manera anàloga al que hem fet de manera gràfica i analítica ens mostra el resultat del valor de les incògnites x i y. (figura 12).**

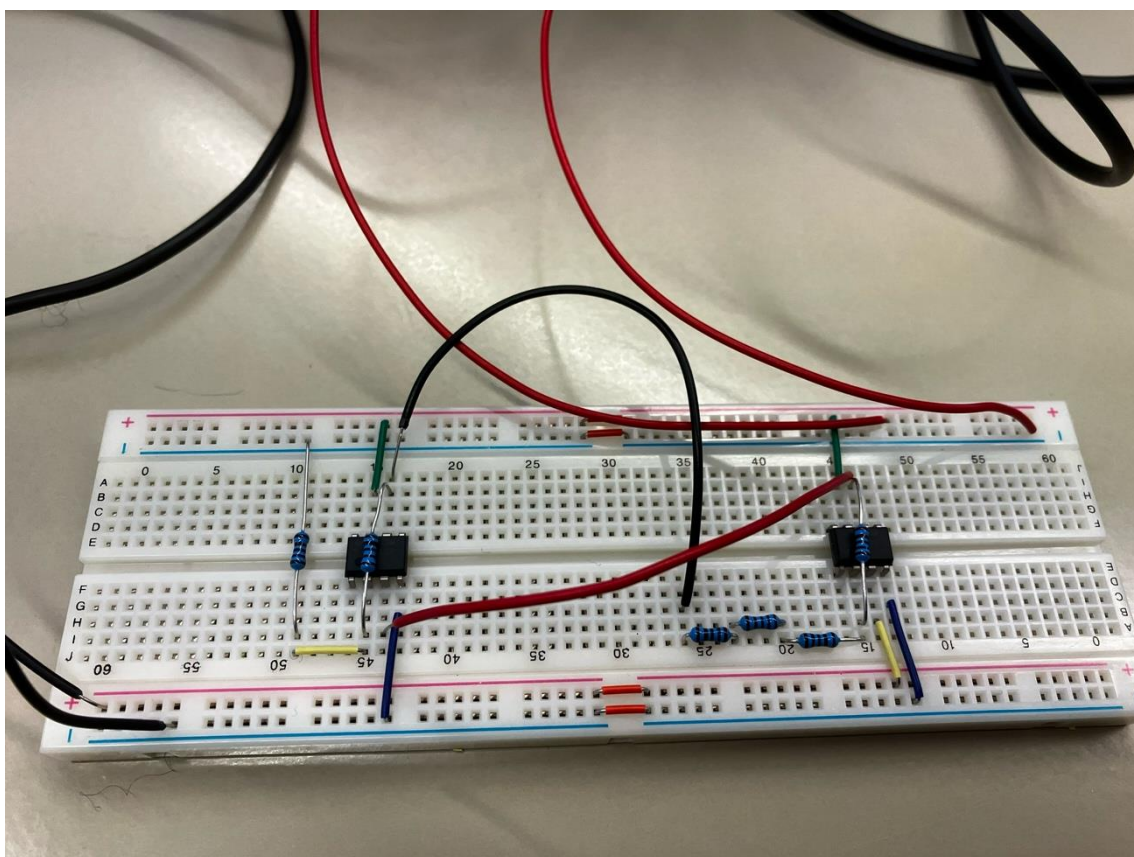


Figura 12. Circuit de computació analògica per a dues equacions lineals amb dues incògnites.

10. Fi de l'experiment i el taller.

Heu pogut veure i experimentar com un circuit senzill analògic pot realitzar la funció

$$y = ax + b$$

que a un computador digital li hagués implicat més hardware i una bona part de programació, més transistors i més consum, més lent. Veieu doncs l'interès de la computació analògica.

També heu vist que fent-ho amb dos circuits tal que cada circuit implementa una funció lineal podem resoldre un sistema de 2 equacions lineals amb 2 incògnites.

Us diem que seria molt senzill amb només afegint un parell de resistències més i un tercer circuit resoldre un sistema de 3 equacions amb 3 incògnites i així en general.

També us diem que la computació analògica pot introduir molt fàcilment també etapes d'integració i derivació, fet que ens porta a que podem resoldre equacions diferencials en el temps, tema fonamental a l'enginyeria i amb totes les mateixes avantatges que hem vist anteriorment respecte dels computadores analògics. Veieu com en el futur la computació analògica tindrà un espai.

També es poden resoldre problemes amb funcions no lineals donant entrada a circuits caòtics entre d'altres.

Finalment, si hau gaudit de l'experiència de la computació analògica com entitat essencial pels computadores del futur, feu-nos saber si estaríeu interessats en fer un taller més avançat a l'estiu sobre aquest tema. Basta envieu un email amb el vostre nom i email a l'adreça computacioanalogicaupc@gmail.com.

ANEXE:

El AO LM741 és un circuit integrat que conté el següent circuit en un sol cristall de Silici:

