



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BarcelonaTECH

Conceptos básicos necesarios en la asignatura de Fundamentos de Ordenadores (ETSETB)

Marta Jiménez y Beatriz Otero
Departament d'Arquitectura de Computadors

Mayo 2013

Índice

	Pág.
Introducción.....	3
Proposiciones y conectivos lógicos.....	4
Proposiciones lógicas.....	5
Proposiciones simples.....	5
Conectivos lógicos.....	5
Conjunción de proposiciones.....	6
Disyunción de proposiciones.....	6
Negación de una proposición.....	7
Proposiciones compuestas.....	8
Resultado lógico de una proposición compuesta.....	8
Ejercicios propuestos.....	10
Sistemas de numeración y cambios de base.....	13
Sistemas de numeración.....	14
Cambios de base de numeración.....	14
Conversión de un número en base b a base 10.....	15
Conversión de un número en base 10 a base b	15
Conversión de un número en base 2 a cualquier base potencia de 2.....	16
Conversión de un número en una base potencia de 2 a base 2.....	16
Ejercicios propuestos.....	19
Respuesta de los ejercicios propuestos.....	20
Proposiciones.....	20
Sistemas de numeración y cambios de base.....	23

Introducción

Este documento está dirigido a los estudiantes de nuevo ingreso que cursarán estudios de Ingeniería en la ETSETB. Concretamente el documento resultará útil para los estudiantes matriculados en la asignatura de Fundamentos de Ordenadores que es una de las asignaturas troncales del primer curso (bloque básico – cuatrimestre 1A).

Fundamentos de Ordenadores es una asignatura de introducción a la programación que no requiere que el estudiante tenga conocimientos previos de programación. Sin embargo, sí se requiere que el estudiante tenga conocimientos y domine algunos conceptos sobre proposiciones lógicas y sistemas de numeración. Estos conceptos le permitirán comprender y seguir más fácilmente la asignatura.

El presente documento está dividido en dos partes. La primera parte es un repaso de lógica proposicional que incluye una breve descripción de la teoría y propone ejercicios que el estudiante deberá saber realizar antes de cursar la asignatura.

La descripción de la teoría define las proposiciones lógicas (simples y compuestas) y algunos conectivos lógicos que se pueden utilizar para construir proposiciones compuestas.

La segunda parte del documento define los sistemas de numeración y los cambios de base. Para esta parte también se incluyen ejercicios propuestos que el estudiante debe saber realizar antes de cursar la asignatura.

→1

Proposiciones y conectivos lógicos

1. Proposiciones lógicas

Una proposición lógica es una afirmación que puede ser verdadera o falsa pero no ambas cosas a la vez. Las proposiciones lógicas se denotan utilizando letras minúsculas. En el siguiente ejemplo definimos las proposiciones p , q , r , y s .

Ejemplos de proposiciones:

p : Un cubo tiene 5 caras (proposición falsa)
 q : Martina mide menos de 165 cm (proposición verdadera)
 r : $8 + 3 = 11$ (proposición verdadera)
 s : Lleida es una provincia de Cataluña (proposición verdadera)

Por otra parte, algunos ejemplos de afirmaciones que no son proposiciones son los siguientes:

Me gustaría que vinieras a visitarme
Juan, podrías salir de la habitación!
Ojalá nieve mañana
El día de San Jordi me gustaría que me regalaran un libro
Muy buenos días!

Estas afirmaciones no son proposiciones porque no se puede determinar si son verdaderas o falsas, son afirmaciones que denotan algún deseo, orden o mandato.

1.1 Proposiciones simples

Las proposiciones pueden ser simples o compuestas. En esta sección definiremos las proposiciones simples, mientras que las proposiciones compuestas las definiremos en la sección 3.

Una proposición simple es aquella que está formada por una sola proposición y por lo tanto, no puede descomponerse a su vez en otras proposiciones. Todas las proposiciones mostradas en el ejemplo anterior son proposiciones simples.

2. Conectivos lógicos

En esta sección describimos los conectivos lógicos utilizados para enlazar las proposiciones simples e indicaremos, para cada caso, la tabla de verdad de cada conectivo lógico. La tabla de verdad contiene todas las combinaciones posibles de verdad o falsedad de todas las proposiciones simples y el resultado lógico obtenido por la proposición formada al usar el conectivo lógico.

En total existen cinco conectivos lógicos. Estos conectivos lógicos son: "y", "o", "no" (o "no es cierto que"), "entonces" y "si y sólo si". Para el seguimiento del curso de Fundamentos de Ordenadores sólo es necesario conocer los conectivos lógicos "y", "o" y "no es cierto que" o simplemente "no". Estos conectivos denotan respectivamente la conjunción (también llamada \wedge -lógica y habitualmente simbolizada como \wedge), la disyunción (\vee -lógica simbolizada como \vee) y la negación (representada con el símbolo \neg). A continuación describiremos en detalle cada uno.

2.1 Conjunción de proposiciones

Si p y q son proposiciones, la conjunción de p y q , denotada por " $p \wedge q$ " es verdadera sólo cuando ambas proposiciones son verdaderas, en cualquier otro caso la conjunción " $p \wedge q$ " será falsa. La tabla 1 muestra la tabla de verdad de este conectivo lógico.

Tabla 1
Tabla de verdad del
conectivo lógico
de conjunción

p	q	Conjunción $p \wedge q$
Verdadero	Verdadero	Verdadero
Verdadero	Falso	Falso
Falso	Verdadero	Falso
Falso	Falso	Falso

El resultado de la conjunción es verdadero si las dos proposiciones (p y q) conectadas son verdaderas, en cualquier otro caso el resultado obtenido será falso.

Ejemplos de proposiciones utilizando el conectivo lógico de la conjunción:

Si definimos las siguientes proposiciones simples:

- p : El cuadrado es un polígono abierto (falso)
 q : El cuadrado es un polígono regular (verdadero)
 r : El cuadrado tiene cuatro lados (verdadero)
 s : Los lados del cuadrado tienen diferente longitud (falso)
 t : El perímetro de un cuadrado es la suma de todos sus lados (verdadero)

Entonces el resultado lógico de las siguientes proposiciones formadas utilizando el conectivo lógico de la conjunción es:

- $p \wedge q$ (falso)
 $t \wedge r$ (verdadero)
 $p \wedge s$ (falso)
 $q \wedge r$ (verdadero)
 $p \wedge q \wedge r$ (falso)
 $q \wedge r \wedge t$ (verdadero)

2.2 Disyunción de proposiciones

Si p y q son proposiciones, la disyunción de p o q , denotada por " $p \vee q$ " es verdadera cuando alguna de las dos proposiciones (o ambas a la vez) es verdadera, en cualquier otro caso la disyunción " $p \vee q$ " será falsa. La tabla 2 muestra la tabla de verdad de este conectivo lógico.

Tabla 2
Tabla de verdad del
conectivo lógico
de disyunción

p	q	Disyunción $p \vee q$
Verdadero	Verdadero	Verdadero
Verdadero	Falso	Verdadero
Falso	Verdadero	Verdadero
Falso	Falso	Falso

El resultado de la disyunción es verdadero cuando alguna de las dos proposiciones (pueden ser las dos) son verdaderas, en cualquier otro caso (cuando todas las proposiciones son falsas) el resultado es falso.

Ejemplos de proposiciones utilizando el conectivo lógico de la disyunción:

Si definimos las siguientes proposiciones simples:

- p: Los números naturales son divisibles por 5 (falso)
- q: Los números naturales son números enteros positivos (verdadero)
- r: La suma de los tres primeros números naturales es 6 (verdadero)
- s: Los números naturales pares son divisibles por 7 (falso)
- t: Los números naturales contienen a los números reales (falso)

Entonces el resultado lógico de las siguientes proposiciones formadas utilizando el conectivo lógico de la disyunción es:

- $p \vee q$ (verdadero)
- $p \vee s$ (falso)
- $q \vee t$ (verdadero)
- $q \vee r$ (verdadero)
- $p \vee q \vee r$ (verdadero)
- $p \vee s \vee t$ (falso)

2.3 Negación de una proposición

Si p es una proposición, su negación "no p ", denotada por $\neg p$ es verdadera sólo si la proposición p es falsa. En caso contrario $\neg p$ es falsa. La tabla 3 muestra la tabla de verdad de este conectivo lógico.

Tabla 3
Tabla de verdad del
conectivo lógico
de negación

p	Negación $\neg p$
Verdadero	Falso
Falso	Verdadero

El resultado de la negación es verdadero si la proposición a la que se le aplica la operación lógica es falsa y será falso si la proposición es verdadera.

Ejemplos de proposiciones utilizando el conectivo lógico de la negación:

Ejemplo 1:

Para la proposición p definida como:

p : El número es mayor que 10

la proposición $\neg p$ sería: el número no es mayor que 10.

Otra posibilidad para la proposición $\neg p$ podría ser: el número es menor o igual que 10.

En este caso, el resultado lógico de la proposición $\neg p$ será falso si la proposición p es verdadera y viceversa.

Ejemplo 2:

Para la proposición q definida como:

q : Los números naturales son un subconjunto de los números enteros

la proposición $\neg q$ sería: los números naturales no son un subconjunto de los números enteros.

En este caso, el resultado lógico de la proposición $\neg q$ será falso si la proposición q es verdadera y viceversa.

3. Proposiciones compuestas

Una proposición también puede ser compuesta. Se dice que una proposición lógica es compuesta si está formada por varias proposiciones simples enlazadas por conectivos lógicos.

Por ejemplo, si definimos las siguientes proposiciones simples:

p : Beatriz es venezolana

q : Beatriz nació en Caracas

r : Beatriz es mayor de edad

s : Hoy llueve

t : Hoy hace sol

u : Hoy llevo paraguas

Algunos ejemplos de proposiciones compuestas utilizando las proposiciones y los conectivos lógicos anteriores (subrayados en cada proposición) son:

Beatriz nació en Caracas y es venezolana y es mayor de edad ($p \wedge q \wedge r$)

Hoy llueve o hace sol ($s \vee t$)

Hoy llueve y llevo paraguas o hace sol y no llevo paraguas ($(s \wedge u) \vee (t \wedge \neg u)$)

Observe en los ejemplos anteriores que:

- Una proposición compuesta puede utilizar uno o varios conectivos lógicos diferentes.
- Cada proposición compuesta tiene asociada una expresión lógica formada por los conectivos lógicos y las proposiciones simples correspondientes.
- Se utilizan los paréntesis para indicar el orden (asociatividad) en el que se quiere realizar la conexión de las proposiciones simples (como ejemplo puede ver la última proposición compuesta):

Finalmente, las proposiciones simples que utilizan únicamente el conectivo lógico de negación no son proposiciones compuestas. Por ejemplo, utilizando las proposiciones simples anteriores, podríamos definir las siguientes proposiciones que también son simples:

Hoy no llueve ($\neg s$)

Beatriz no es venezolana ($\neg p$)

Hoy no llevo paraguas ($\neg u$)

3.1 Resultado lógico de una proposición compuesta

Como indicamos en el apartado anterior, los conectivos lógicos pueden combinarse entre sí para formar proposiciones compuestas. El resultado lógico de la proposición compuesta está determinado por el valor lógico obtenido de la expresión lógica que define la proposición compuesta.

A continuación mostramos algunos ejemplos de proposiciones compuestas y el resultado lógico o valor de verdad de cada una de ellas. Para ello definiremos las proposiciones simples p y s con valor lógico verdadero y las proposiciones q y r con valor lógico falso. Entonces el valor de verdad de las siguientes proposiciones compuestas es:

$p \vee q$	(verdadero)
$(p \vee q) \wedge q$	(falso)
$(\neg p) \wedge (p \vee q)$	(falso)
$(\neg q) \wedge (p \wedge \neg r)$	(verdadero)
$((p \vee q) \vee (p \wedge q)) \wedge (p \vee \neg q)$	(verdadero)

4. Ejercicios propuestos

1. Determine cuáles de las siguientes proposiciones son simples y cuáles de ellas son proposiciones compuestas. En cada caso determine el valor lógico (verdadero o falso) de la proposición.
 - a. Los números enteros que terminan en 0 o en 5 son divisibles por 5.
 - b. Los números impares son múltiplos de 3.
 - c. El mes de agosto tiene 30 días.
 - d. Todos los números primos son impares.
 - e. Tegucigalpa es la capital de Honduras y está en América Central.
 - f. No es cierto que Roma es la capital de Italia.
 - g. El triángulo es un polígono cerrado.
 - h. Gabriel García Márquez escribió la novela "Cien años de Soledad".
 - i. $12 + 1 = 7$ ó $12 + 1 = 13$
 - j. El primer día de la semana no es el domingo.
 - k. El año tiene 12 meses.
 - l. Todas las semanas tiene 7 días.
 - m. 11 es menor que 3 y 5 es menor o igual que 11.
 - n. La ciudad de Caracas no está en un valle.
 - o. El triángulo tiene 3 lados y el cuadrado tiene 5 lados.

2. Complete la siguiente tabla de verdad para las proposiciones: $q \vee \neg r$, $\neg p$ y $\neg p \wedge (q \vee \neg r)$, donde \vee corresponde con el valor lógico verdadero y F con el valor lógico falso:

p	q	r	$\neg r$	$q \vee \neg r$	$\neg p$	$\neg p \wedge (q \vee \neg r)$
V	V	V	F			
V	V	F	V			
V	F	V	F			
V	F	F	V			
F	V	V	F			
F	V	F	V			
F	F	V	F			
F	F	F	V			

3. Determine para cada una de las siguientes afirmaciones la correspondiente proposición compuesta:

a. Dadas las siguientes proposiciones simples:

p: Un año es divisible entre 4

q: Un año es divisible entre 100

r: Un año es divisible entre 400

Determine la proposición compuesta que define un año bisiesto, sabiendo que: Un año es bisiesto si es divisible entre 4 y no es divisible entre 100 o bien, es divisible entre 400.

b. Una aseguradora permitirá a sus clientes la contratación de una póliza de vida sólo si cumple con alguna de las siguientes condiciones:

- Es de sexo femenino y es menor de 20 años.
- Tiene más de 19 años y no está casado.
- Tiene contratada una póliza de seguros de viaje, está casado y es de sexo masculino.
- Tiene contratada una póliza de seguros de viaje, tiene menos de 20 años y está casado.
- No tiene contratada una póliza de seguros de viaje, no está casada y es de sexo femenino.

Defina las proposiciones simples correspondientes y determine la proposición compuesta para que el asegurado contrate una póliza de vida.

c. Una empresa está interesada en contratar a dos tipos de profesionales:

- Ingenieros Informáticos que tengan un promedio de calificaciones mayor o igual a 7.0
- Otros ingenieros no Informáticos con un promedio mayor o igual que 5.0 y menor que 7.0

Defina las proposiciones simples correspondientes y escriba la proposición compuesta que describe los tipos de profesionales que la empresa quiere contratar.

d. Dadas las siguientes proposiciones simples:

p: El conmutador maestro está activado

q: La puerta de la bóveda está forzada

r: La puerta del banco está abierta

s: El interruptor especial está activado

y sabiendo que el sistema de alarma contra robo de un banco se activa solamente cuando el conmutador maestro en la estación de policía está activado y cuando ocurren alguna de las dos situaciones siguientes: se fuerza la puerta de la bóveda, o se abre la puerta del banco cuando el interruptor especial está activado.

Determine la proposición compuesta que define el sistema de alarma contra robo del banco.

4. Determine el valor lógico de las siguientes expresiones sabiendo que p , s y t son proposiciones verdaderas, mientras que q y r son proposiciones falsas:

a. $\neg(p \wedge (r \vee \neg q))$

b. $p \vee (\neg q \wedge t \wedge r)$

c. $(\neg p \vee \neg(q \vee r)) \wedge s$

d. $((\neg r \wedge p) \wedge \neg(\neg q \wedge (s \vee t)))$

e. $((p \vee \neg p) \wedge (q \vee \neg(t \wedge r)))$

f. $((r \wedge \neg r) \vee (\neg s \wedge (\neg t \vee r)))$



Sistemas de numeración y cambios de base

1. Sistemas de numeración

Un sistema de numeración está formado por un conjunto de símbolos y reglas de generación que permiten construir todos los números válidos en ese sistema de numeración. Dentro de los sistemas de numeración se encuentran los **sistemas de numeración posicionales**. En estos sistemas, el valor de un dígito del número depende tanto del símbolo utilizado, como de la posición que este símbolo ocupa en el número. Por ejemplo, en el sistema posicional romano, la posición relativa de los símbolos influye en la representación del número (VI corresponde al número 6 y IV al número 4).

Dentro de los sistemas posicionales se encuentran los **sistemas de numeración con base**. En los sistemas de numeración con base, un número N (en base 10) se representa mediante el siguiente polinomio:

$$N = a_n b^n + a_{n-1} b^{n-1} + \dots + a_0 b^0$$

donde a_i es un símbolo del sistema de numeración que llamaremos dígito, y b es la base. La base es igual a la cantidad de símbolos que tiene el sistema de numeración. Algunos ejemplos de los sistemas de numeración posicionales con base son:

Sistema decimal: Es el sistema de base 10 en el que se utilizan los símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Además es el sistema de numeración utilizado normalmente.

Sistema binario: Es el sistema de base 2 en el que se utilizan dos símbolos: 0 y 1.

Sistema octal: Es el sistema de base 8 en el que se utilizan ocho símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, y 7.

Sistema Hexadecimal: Es el sistema de base 16 en el cual se usan los símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F, donde: A, B, C, D, E y F representan, respectivamente, los valores: 10, 11, 12, 13, 14 y 15 en el sistema de numeración decimal.

Por otra parte, la base del sistema de numeración en el que está representado un número se suele indicar colocando un subíndice al final del número. En los casos particulares de números en base 2, base 8 y base 16 también se usa el sufijo b, o, o h, respectivamente. En el caso de la base 16 también se puede utilizar el prefijo 0x. Si no se indica nada, se asume que el número está representado en base 10.

Ejemplos:

1222_3 (Base 3)
 $357_8 = 357_o$ (Base 8)
 $1357 = 1357_{10}$ (Base 10)
 $11001010_2 = 11001010_b$ (Base 2)
 $86BF_{16} = 86BF_h = 0x86BF$ (Base 16)

2. Cambios de base de numeración

A continuación estudiaremos el procedimiento para obtener la representación de un número en base b a base 10, o viceversa, de base 10 a base b . Además, en esta sección también describiremos cómo realizar la conversión de un número en base 2 a cualquier otra base que sea potencia de 2 y viceversa.

2.1 Conversión de un número en base b a base 10:

La conversión se hace evaluando directamente el polinomio $a_n b^n + a_{n-1} b^{n-1} + \dots + a_0 b^0$ con los valores correspondientes de $a_n \dots a_0$ y la base b.

Ejemplos:

$$\begin{aligned} 11001010_2 &= 11001010b = 1*2^7 + 1*2^6 + 0*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 0*2^0 \\ &= 128 + 64 + 0 + 8 + 0 + 2 = 202_{10} \end{aligned}$$

$$1222_3 = 1*3^3 + 2*3^2 + 2*3^1 + 2*3^0 = 27 + 18 + 6 + 2 = 53_{10}$$

$$\begin{aligned} 86BF_{16} &= 86BFh = 0x86BF = 8*16^3 + 6*16^2 + 11*16^1 + 15*16^0 \\ &= 32768 + 1536 + 176 + 15 = 34495_{10} \end{aligned}$$

2.2 Conversión de un número en base 10 a base b

La conversión se realiza dividiendo sucesivamente el número N entre la base b, hasta que el cociente de la división sea 0. Los restos de las divisiones representan los dígitos $a_0 \dots a_n$ (en este orden) del número en la nueva base.

Ejemplos:

(a) Dado el número 202 en base decimal, su correspondiente representación en base binaria es:

$$\begin{array}{r} 202 \ | \ 2 \\ \hline 0 \ | \ 101 \ | \ 2 \\ \hline a_0 \ \ \ 1 \ | \ 50 \ | \ 2 \\ \hline \ \ \ a_1 \ \ \ 0 \ | \ 25 \ | \ 2 \\ \hline \ \ \ \ \ a_2 \ \ \ 1 \ | \ 12 \ | \ 2 \\ \hline \ \ \ \ \ \ \ 0 \ | \ 6 \ | \ 2 \\ \hline \ \ \ \ \ \ \ \ \ 0 \ | \ 3 \ | \ 2 \\ \hline \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ 1 \ | \ 1 \ | \ 2 \\ \hline \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ 1 \ | \ 0 \\ \hline \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ a_n \end{array}$$

$$202_{10} = \mathbf{11001010}_2$$

(b) Dado el número 34495 en base decimal, su correspondiente representación en base hexadecimal es:

$$\begin{array}{r} 34495 \ | \ 16 \\ \hline 15 \ | \ 2155 \ | \ 16 \\ \hline a_0=F \ \ \ 11 \ | \ 134 \ | \ 16 \\ \hline \ \ \ a_1=B \ \ \ 6 \ | \ 8 \ | \ 16 \\ \hline \ \ \ \ \ \ \ 8 \ | \ 0 \\ \hline \ \ \ \ \ \ \ \ \ a_n \end{array}$$

$$34495_{10} = \mathbf{86BF}_{16}$$

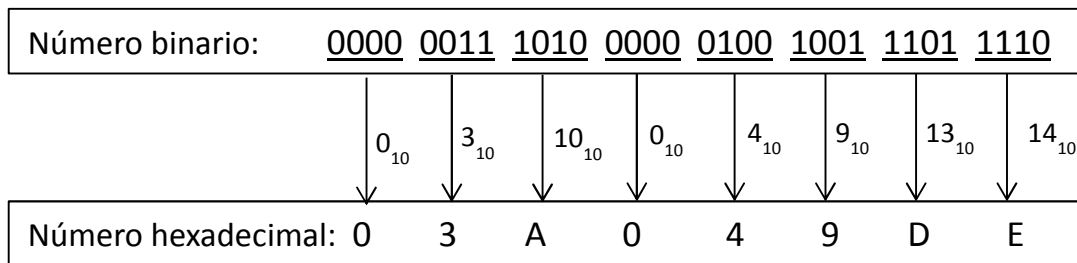
2.3 Conversión de un número en base 2 a cualquier otra base potencia de 2 (base 4, base 8, base hexadecimal):

Para realizar la conversión de un número en el sistema binario a cualquier otra base que sea potencia de 2 (base = 2^x) es necesario realizar los siguientes pasos:

- Agrupar los dígitos binarios en grupos formados por x dígitos, donde x es la potencia de la base a la que se quiere realizar la conversión.
- Asignar a cada grupo de dígitos su correspondiente dígito en la base potencia de 2.

Por ejemplo, si se quiere realizar la conversión de un número en base binaria a base hexadecimal se requieren 4 dígitos binarios por cada dígito hexadecimal, ya que $16 = 2^4$. Entonces, el procedimiento para convertir un número binario en un número hexadecimal consiste en agrupar los dígitos binarios de 4 en 4 y asignar el dígito hexadecimal correspondiente a cada grupo. La figura 1 ilustra este procedimiento.

Figura 1
Conversión de un
número binario a un
número en base
hexadecimal



Ejemplos:

(a) Dado el número 11001010_2 , su correspondiente representación en base octal se calcula de la siguiente manera:

Como $8 = 2^3$ esto implica que se requieren 3 dígitos binarios por cada dígito octal.

La agrupación del número binario 11001010_2 en grupos de 3 dígitos quedaría:

011 001 010

y el número en base octal es: 312_8

(b) Dado el número 11001010_2 , su correspondiente representación en base 4 se calcula de la siguiente manera:

Como $4 = 2^2$ esto significa que se requieren 2 dígitos binarios por cada dígito en base 4.

La agrupación del número binario 11001010_2 en grupos de 2 dígitos quedaría:

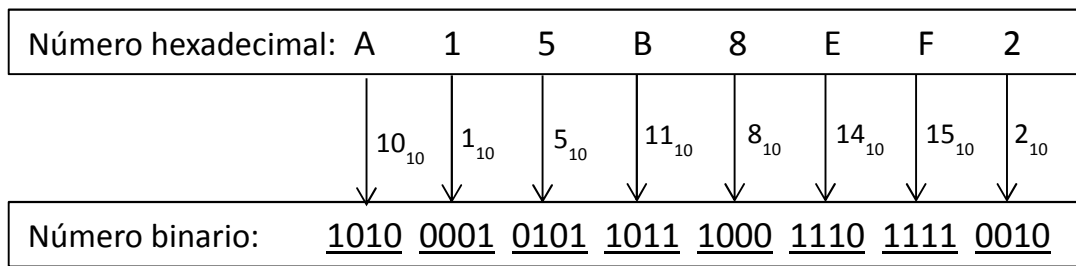
11 00 10 10

y el número en base 4 es: 3022

2.4 Conversión de un número en una base potencia de 2 (base 4, base 8, base hexadecimal) a base 2:

Para realizar la conversión de un número en cualquier base potencia de 2 (base = 2^x) a base binaria, simplemente hay que asignar a cada dígito en la base potencia de 2 su correspondiente representación en binario, ocupando x dígitos binarios por cada dígito en la base potencia de 2. La figura 2 ilustra este procedimiento.

Figura 2
 Conversión de un número en base hexadecimal a base binaria



Ejemplos:

(a) Dado el número 723_8 en base octal, su correspondiente representación en base binaria se determina de la siguiente manera:

Como $8 = 2^3$ esto indica que se necesitan 3 dígitos binarios para representar cada dígito octal.

Además, sabiendo que la representación binaria de cada dígito octal utilizando 3 dígitos binarios es la siguiente:

$3_8 = 011_2$

$2_8 = 010_2$

$7_8 = 111_2$

Entonces el número 723_8 en base binaria es: $111\ 010\ 011_2$

(b) Dado el número $1DF2_{16}$ en base hexadecimal, su correspondiente representación en base binaria se determina de la siguiente manera:

Como $16 = 2^4$ esto indica que se necesitan 4 dígitos binarios para representar cada dígito hexadecimal.

Además, sabiendo que la representación binaria de cada dígito hexadecimal utilizando 4 dígitos binarios es la siguiente:

$2_{16} = 0010_2$

$F_{16} = 1111_2$

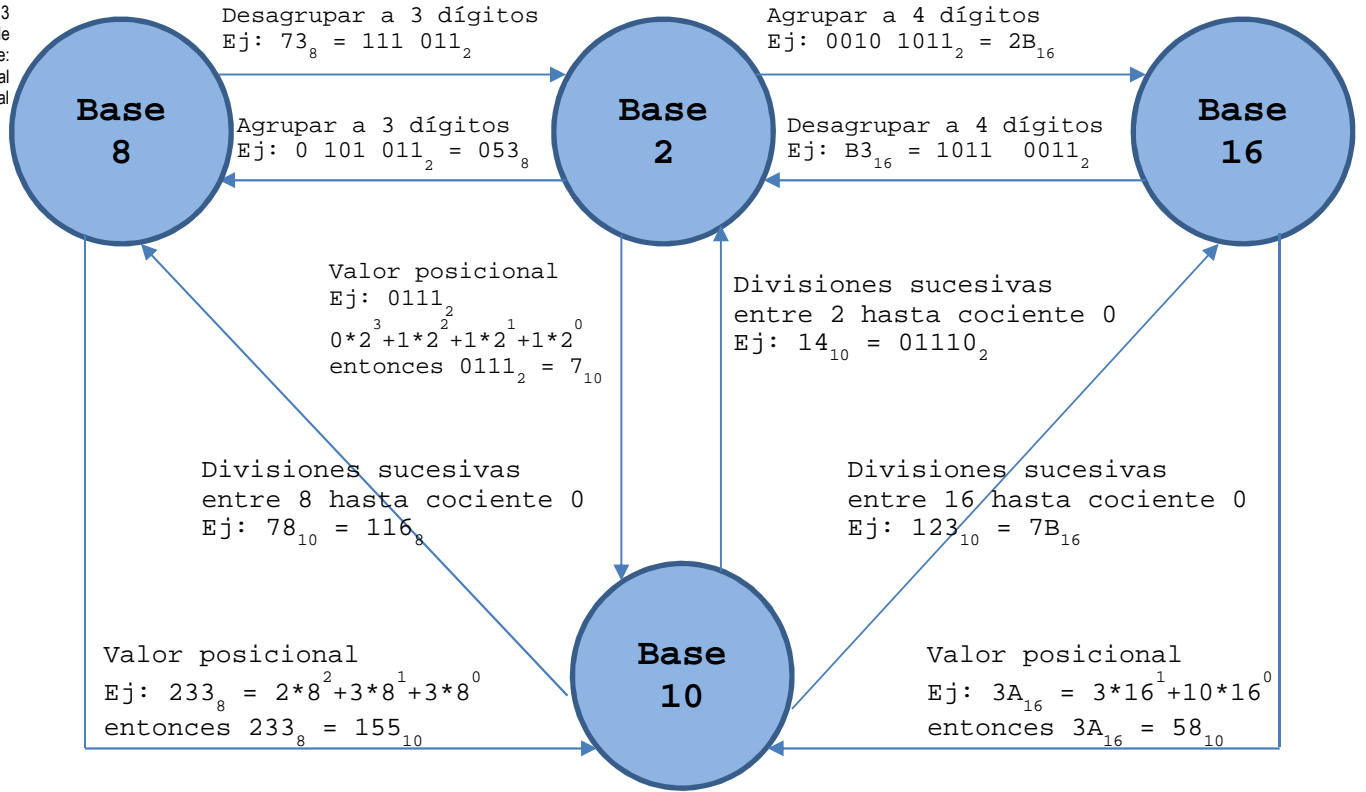
$D_{16} = 1101_2$

$1_{16} = 0001_2$

Entonces el número $1DF2_{16}$ en base binaria es: $0001\ 1101\ 1111\ 0010_2$

La figura 3 muestra un grafo que resume cómo realizar todos los cambios de base para las bases decimal, binaria, octal y hexadecimal fundamentados en las explicaciones anteriores.

Figura 3
Grafo resumen de
cambios de base:
decimal, binaria, octal
y hexadecimal



3. Ejercicios propuestos

1. Complete la siguiente tabla:

Decimal: $_{10}$	Binario: $_{b \text{ o } 2}$	Octal: $_{o \text{ o } 8}$	Hexadecimal: $_{h \text{ o } 16}$
169 ₁₀			
		426 ₈	
	11011 ₂		
		1467 _o	
	1000011011 _b		
			1A8 ₁₆
		55 ₈	
			226 _h

2. Convierta el número 110000₂ al sistema de numeración de base 4.
3. Convierta el número 21005₁₀ al sistema de numeración de base 3.
4. Determine en qué sistema de numeración se cumple que el número 270 del sistema de numeración decimal es igual a 226.
5. Determine el sistema de numeración decimal (denotado por x en la igualdad) para que se cumpla que $123_x = (231)_5$.

Respuesta de los ejercicios propuestos

Proposiciones

1.
 - a. Los números enteros que terminan en 0 o en 5 son divisibles por 5.
Proposición compuesta con valor lógico verdadero.
 - b. Los números impares son múltiplos de 3.
Proposición simple con valor lógico falso.
 - c. El mes de agosto tiene 30 días.
Proposición simple con valor lógico falso.
 - d. Todos los números primos son impares.
Proposición simple con valor lógico verdadero.
 - e. Tegucigalpa es la capital de Honduras y está en América Central.
Proposición compuesta con valor lógico verdadero.
 - f. No es cierto que Roma es la capital de Italia.
Proposición simple con valor lógico falso.
 - g. El triángulo es un polígono cerrado.
Proposición simple con valor lógico verdadero.
 - h. Gabriel García Márquez escribió la novela "Cien años de Soledad".
Proposición simple con valor lógico verdadero.
 - i. $12 + 1 = 7$ ó $12 + 1 = 13$
Proposición compuesta con valor lógico verdadero.
 - j. El primer día de la semana no es el domingo.
Proposición simple con valor lógico verdadero.
 - k. El año tiene 12 meses.
Proposición simple con valor lógico verdadero.
 - l. Todas las semanas tienen 7 días.
Proposición simple con valor lógico verdadero.
 - m. 11 es menor que 3 y 5 es menor o igual que 11.
Proposición compuesta con valor lógico falso.
 - n. La ciudad de Caracas no está en un valle.
Proposición simple con valor lógico falso.
 - o. El triángulo tiene 3 lados y el cuadrado tiene 5 lados.
Proposición compuesta con valor lógico falso.

2.

p	q	r	¬r	q ∨ ¬r	¬p	¬p ∧ (q ∨ ¬r)
V	V	V	F	V	F	F
V	V	F	V	V	F	F
V	F	V	F	F	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	F	F	V	F
F	F	F	V	V	V	V

3.

a. p: Un año es divisible entre 4

q: Un año es divisible entre 100

r: Un año es divisible entre 400

La proposición compuesta que determina cuando un año es bisiesto es:

$$p \wedge (\neg q \vee r)$$

b. p: El cliente es de sexo femenino

q: El cliente es menor de 20 años

r: El cliente tiene contratada una póliza de seguros de viaje

s: El cliente está casado

La proposición compuesta que determina si el cliente puede contratar una póliza de vida es:

$$(p \wedge q) \vee (\neg q \wedge \neg s) \vee (r \wedge s \wedge \neg p) \vee (r \wedge q \wedge s) \vee (\neg r \wedge \neg s \wedge p)$$

c. p: El solicitante es Ingeniero Informático

q: El solicitante es Ingeniero

r: El solicitante tiene un promedio de calificaciones mayor o igual que 7.0

s: El solicitante tiene un promedio de calificaciones mayor o igual que 5.0

La proposición compuesta que define el tipo de profesional que la empresa quiere contratar es:

$$(p \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge s \wedge \neg r)$$

d. p: El conmutador maestro está activado

q: La puerta de la bóveda está forzada

r: La puerta del banco está abierta

s: El interruptor especial está activado

La proposición compuesta que define la activación de la alarma contra robo del banco es:

$$p \wedge (q \vee (r \wedge s))$$

3.

p, s y t son proposiciones verdaderas

q y r son proposiciones falsas

- a. $\neg(p \wedge (r \vee \neg q))$ es una proposición falsa
- b. $p \vee (\neg q \wedge t \wedge r)$ es una proposición verdadera
- c. $(\neg p \vee \neg(q \vee r)) \wedge s$ es una proposición verdadera
- d. $((\neg r \wedge p) \wedge \neg(\neg q \wedge (s \vee t)))$ es una proposición falsa
- e. $((p \vee \neg p) \wedge (q \vee \neg(t \wedge r)))$ es una proposición verdadera
- f. $((r \wedge \neg r) \vee (\neg s \wedge (\neg t \vee r)))$ es una proposición falsa

Sistemas de numeración y cambios de base

1. Complete la siguiente tabla:

Decimal: ₁₀	Binario: _{b o 2}	Octal: _{o o 8}	Hexadecimal: _{h o 16}
169 ₁₀	10101001 ₂	251 _o	A9 _h
278 ₁₀	100010110 _b	426 ₈	116 ₁₆
27 ₁₀	11011 ₂	33 _o	1B _h
823 ₁₀	001100110111 _b	1467 _o	337 ₁₆
539 ₁₀	1000011011 _b	1033 ₈	21B _h
427 ₁₀	000110101011 ₂	653 _o	1A8 ₁₆
45 ₁₀	101101 ₂	55 ₈	2C ₁₆
550 ₁₀	001000100110 ₂	1046 ₈	226 _h

2.

4 = 2² entonces agrupamos de dos en dos (empezando por el dígito menos significativo) para obtener el número equivalente en base decimal 4.

$$110000_2 = 300_4$$

3.

Dividiendo sucesivamente el número 21005 entre 3 hasta que el cociente es 0 obtenemos la siguiente conversión:

$$21005_{10} = 1001210222_3$$

4.

$$270 = (226)_x$$

$$270 = 2x^2 + 2x + 6$$

$$270 = 2(x^2 + x + 3) \rightarrow 135 = x^2 + x + 3 \rightarrow x^2 + x - 132 = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática (utilizando la fórmula del resolvente) obtenemos las siguientes raíces:

$$x_1 = -12 \text{ y } x_2 = 11.$$

De estos dos valores obtenidos, descartamos el valor negativo ya que la base de numeración es positiva. Por lo tanto, la base que cumple con la igualdad planteada es la base de numeración 11.

5.

$$123_x = 231_5$$

$$x^2 + 2x + 3 = 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5 + 1 \rightarrow x^2 + 2x + 3 = 66 \rightarrow x^2 + 2x - 63 = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática (utilizando la fórmula del resolvente) obtenemos las siguientes raíces:

$$x_1 = 7 \text{ y } x_2 = -9.$$

De estos dos valores obtenidos, descartamos el valor negativo ya que la base de numeración es positiva. Por lo tanto, la base que cumple con la igualdad planteada es la base de numeración 7.